

Simulação Numérica do Escoamento de Stokes com Superfície Livre

Juliana Machado Marins & Roger Matsumoto Moreira

Lab. de Dinâmica dos Fluidos Computacional / Universidade Federal Fluminense

Rua Passos da Pátria, 156, bloco D, sala 563A, Niterói, R.J. CEP: 24210-240

E-mail: juli_rapunzel@yahoo.com.br & rmmoreira@engenharia.uff.br

Estudos tectônicos registram o movimento de placas geológicas sobre um material mais fluido e menos viscoso, que pode corresponder ao sal ou argila no interior de uma bacia sedimentar, ou à astenosfera por baixo de uma placa litosférica. A litosfera é a camada sólida mais externa do globo terrestre, formando os continentes e o solo dos oceanos, sendo sua parte superior denominada crosta. O material que forma a litosfera ocupa esta posição no globo terrestre por ser constituída de material mais leve, de tal forma que este *flutua* por empuxo sobre a astenosfera, que é composta por material mais pesado e dúctil, correspondendo à parte superior do manto. É de grande interesse a estruturação causada pelo movimento dessas placas sobre camadas mais fluidas, sobretudo na formação de estruturas petrolíferas sobre saís em bacias sedimentares.

Este trabalho tem o objetivo de estudar o escoamento produzido pelo movimento de uma placa rígida, semi-infinita e bidimensional que apresenta uma determinada espessura e se move, muito lentamente, com velocidade constante U sobre uma camada espessa de fluido com densidade ρ e viscosidade μ (ver figura 1). A placa fica submersa no fluido até uma certa profundidade H , que é inferior à sua espessura total, devido à diferença de densidade entre a placa e o fluido em questão. O trecho OF é modelado como uma superfície livre. O escoamento é bidimensional e limitado à direita da placa e abaixo desta por uma superfície rígida, permitindo a obtenção de uma solução válida em toda a região fluida. Em particular, estamos interessados em casos em que a profundidade d é muito grande, com a superfície livre se estendendo na horizontal por várias profundidades d , como na escala dos escoamentos geofísicos. Por simplicidade a curvatura do planeta é desprezada.

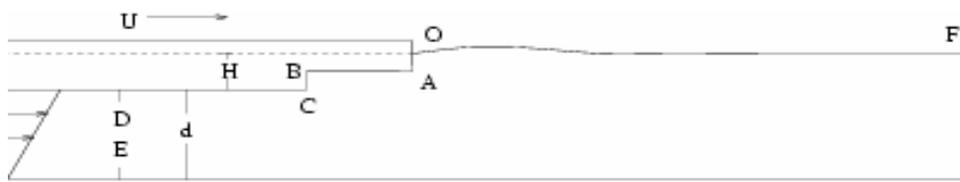


Figura 1: Geometria do escoamento.

O escoamento é caracterizado por uma velocidade U muito baixa e por um fluido de elevada viscosidade, sendo então o número de Reynolds (Re) muito próximo de zero:

$$Re = \rho HU / \mu \cong 10^{-24}.$$

Escoamentos com baixíssimo número de Reynolds ($Re \ll 1$) são denominados escoamentos de Stokes e podem representar com boa precisão o deslocamento entre camadas geológicas dadas as devidas condições de contorno. Medições *in situ* de escoamentos geofísicos são lentas e de difícil execução enquanto experimentos em laboratório são caros e de difícil reprodução. Neste sentido a análise do escoamento via computação numérica representa uma alternativa na predição de fenômenos geofísicos, ajudando na compreensão de fenômenos tectônicos.

O perfil da superfície livre e as tensões atuantes na placa representam as incógnitas do problema de valor de contorno. Em um escoamento de Stokes, o campo de velocidade \mathbf{u} e a pressão p satisfazem às seguintes equações adimensionais em toda a região fluida:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \nabla p + \mathbf{g} + \nabla^2 \mathbf{u} = 0.$$

As condições de contorno nas fronteiras do escoamento são dadas em termos de velocidades \mathbf{u} e tensões \mathbf{f} onde, em notação indicial:

$$f_i = \left[-p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] n_j.$$

O problema é formulado utilizando-se o método da integral de contorno para o escoamento de Stokes e é resolvido por um código numérico desenvolvido em Fortran no domínio do tempo (Moreira 1997, Moreira & Teles da Silva 1997). Os resultados são aferidos com soluções analíticas obtidas para o escoamento de Couette e através da verificação da conservação da massa e da reversibilidade do escoamento. Diversos autores aplicam o método das integrais de contorno na solução de problemas regidos pela equação de Stokes. Higdon (1985) e Pessolani & Moreira (2004) mostram que tal método é extremamente preciso, eficiente e de fácil implementação quando aplicado na resolução de escoamentos de Stokes bidimensionais. A figura 2 mostra a evolução da superfície livre após 6,5 unidades de tempo (equivalente a 5.200.000 anos). A placa avança a uma velocidade de 5,0 cm/ano e possui uma espessura H de 40 km; neste caso a profundidade d é igual a 400 km.

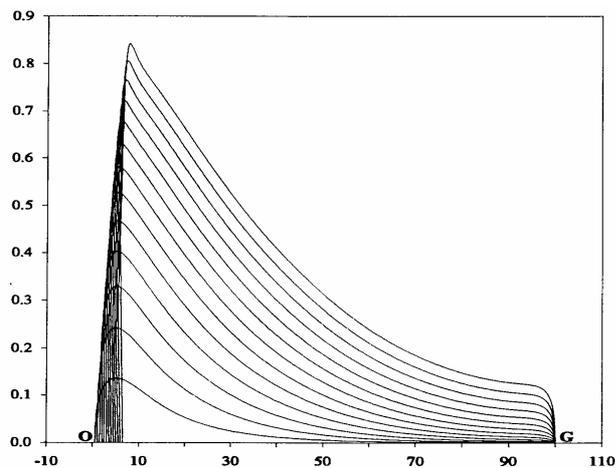


Figura 2: Perfis da superfície livre decorridos 5.200.000 anos.

Referências

- [1] J.J.L.Higdon, Stokes flow in arbitrary two dimensional domains: shear flow over ridges and cavities. *Journal of Fluid Mechanics*, v.159 (1985), pp.195-226.
- [2] R.M.Moreira, Simulação numérica do escoamento de Stokes com superfície livre sob uma placa rígida. Dissertação de Mestrado, PEM/COPPE/UFRJ (1997).
- [3] R.M.Moreira & A.F.Teles da Silva, Modelagem da tectônica de placas na crosta terrestre. *Anais do XIV COBEM*, Bauru, S.P. (1997), pp.1-8.
- [4] R.B.V.Pessolani & R.M.Moreira, HP hierarchical adaptive formulation for the boundary integral method applied to a Stokes flow: a proposal. *Anais do COBEM 2004*, São Paulo, S.P. (2004), pp. 1-9.