



Instituto Politécnico, Nova Friburgo
August 30th- September 3rd, 2004

Paper CRE04 – AC02

Um Estudo dos Pontos Críticos em Sistemas de Controle Lineares Contínuos de Quarta Ordem

Thiago Antonini Alves^{*}, Célia Aparecida dos Reis[†]

^{*}Departamento de Engenharia Mecânica, [†]Departamento de Matemática
Faculdade de Engenharia, Campus Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita”, UNESP
Av. Brasil, 56, Centro, Ilha Solteira, SP, Brasil, CEP: 15385-000
antonini@dem.feis.unesp.br, celia@fqm.feis.unesp.br

No vernáculo atual, os sistemas de controle automático se encontram difundidos em todas as sociedades desenvolvidas ou em desenvolvimento. Tais sistemas agem como elemento aglutinador na promoção da prosperidade e do progresso.

O controle automático tem desempenhado um papel essencial no estudo de sistemas de veículos espaciais, guiamento de mísseis, pilotagem de aviões, robóticos e similares, entre outros, além de ser aplicado em modernos processos industriais e de fabricação, sistemas biológicos, biomédicos, econômicos e socioeconômicos, segundo Ogata (1990).

Problemas tais como os de controle de um robô e de controle do eixo de máquinas-ferramentas necessitam seguir uma trajetória pré-definida, onde a resposta a degrau não pode apresentar extremos (Reis, 2003). Desta forma, o estudo de condições que permitam avaliar overshoot na resposta a degrau é de grande importância na teoria de controle conforme Alves, 2003.

Para sistemas de controle com pólos e zeros reais e de ordem maior que dois, existe a dificuldade de se determinar os pontos críticos e, conseqüentemente, de se efetuar a classificação dos mesmos, devido ao fato da resposta a degrau ser uma função transcendental (Ross, 1974).

Nesse sentido, realiza-se no presente trabalho uma análise dos pontos críticos da resposta a uma entrada degrau unitário de um sistema de controle linear, contínuo e estável de quarta ordem, com pólos e zeros reais estáveis. Para tal, um estudo foi realizado mediante uma análise do plano de fase do sistema de equações diferenciais ordinárias quase-linear do qual é proveniente a função de transferência $G(s)$ do sistema de quarta ordem, com o intuito de se verificar se existe relação entre os pontos críticos deste e os pontos críticos da resposta a uma entrada degrau unitário.

Considera-se, sem perda de generalidade, um sistema de controle linear, contínuo e estável de quarta ordem, com pólos e zeros reais estáveis, cuja função de transferência $G(s)$ na forma de pólos e zeros, é dada por:

$$G(s) = K \frac{\prod_{i=1}^4 (s - z_i)}{\prod_{j=1}^4 (s - \lambda_j)}, \quad (1)$$

sendo que:

- z_i , $i = 1, 2, 3, 4$, são os zeros de $G(s)$;
- λ_j , $j = 1, 2, 3, 4$, são os pólos de $G(s)$;

- $\lambda_i \neq \lambda_j, z_i \neq z_j$ para todo $i = j = 1, 2, 3, 4$;
- $K = \prod_{j=1}^4 \lambda_j / \prod_{i=1}^4 z_i$.

Tem-se, então, o seguinte resultado principal.

TEOREMA: Os pontos críticos do sistema de equações diferenciais ordinárias quase-linear do qual a Eq. (1) é proveniente, tem um único ponto crítico e o mesmo é classificado como um nó assintoticamente estável.

Neste trabalho, realizou-se um estudo de um sistema de controle linear, contínuo e estável, de quarta ordem, com pólos e zeros reais estáveis. Foram determinados e classificados como nós assintoticamente estáveis, os pontos críticos do sistema de equações diferenciais ordinárias quase-linear do qual a função de transferência $G(s)$ dada pela Eq. (1) é proveniente

AGRADECIMENTOS: Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pela concessão e renovação de bolsa de pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ALVES, T. A.; REIS C. A. *Determinação e classificação dos pontos críticos em sistemas de controle lineares de terceira ordem*. Anais X CREEM, Santos, 2003.
- [2] OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. 3.ed. Rio de Janeiro: Prentice/Hall do Brasil, 1990. 813p.
- [3] REIS, C. A.; ALVES, T. A. *Determinação e classificação dos pontos críticos em sistemas de controle lineares de terceira ordem* Anais da 2º Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC, São José dos Campos, 2003. pp.1576-1585.
- [4] ROSS, S. L. *Differential equations*. J. Wiley, New York, 1974.